

### 3.

## Ecuaciones e inecuaciones\*

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a)  $\frac{10x+6}{4} - \frac{x+3}{3} = \frac{5x}{6} + \frac{x+5}{3}.$

(b)  $\frac{x-1}{4} - \frac{1}{2} \left( \frac{x-5}{8} - \frac{7-x}{5} \right) = \frac{x-9}{2}.$

(c)  $\frac{1}{3} \left[ x-2 - \frac{5}{3} \left( \frac{7x}{2} - 5 \right) \right] = 13(5-x) - \frac{1}{4}.$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones.

(a)  $\frac{x+4}{2} = x+3 - \frac{2x+9}{4}.$

(b)  $(3x+2)(x-3) - (x-6)(3x+4) = 14x.$

(c)  $4(x^2-1) - \frac{32}{3}(x+1) = (2x-3)^2 - (13x-5).$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones

(a)  $(x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 = 2.$

(b)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$  (haz  $x^2 = t$ ).

(c)  $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$  (haz  $x^3 = t$ ).

4. Resuelve las siguientes ecuaciones racionales.

(a)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{4}.$

(b)  $\frac{x^3-1}{x^2+x+1} = 2.$

(c)  $\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+1} = 3.$

5. Resuelve las siguientes inecuaciones

(a)  $2(3x+1) < 1 - \frac{x-3}{2}.$

(b)  $\frac{x-1}{3} - \frac{1-x}{4} > \frac{x+3}{3}.$

---

\*Estos ejercicios han sido extraídos del libro de bachillerato MATEMÁTICAS I de la EDITORIAL LA Ñ, cuyos autores son Francisco Benítez, Juan Luis Romero, Eloy Fernández, José Manuel Díaz, Alfredo Domínguez y Octavio Ariza. Se recomienda su lectura para la realización de estos ejercicios.

$$(c) \frac{x-3}{5} - 1 > 2(1-x).$$

6. Resuelve las siguientes inecuaciones

$$(a) x(x-2)(x-3) > 0.$$

$$(b) (x+1)^3 > (x-1)^3.$$

$$(c) 3x^3 < x^2.$$

7. Resuelve las siguientes inecuaciones

$$(a) \frac{2x-3}{4x} \leq 0.$$

$$(b) \frac{x-7}{x+5} \geq 0.$$

$$(c) \frac{5x+4}{x-3} < 0.$$

$$(d) 1 + \frac{x-3}{x+2} > 2.$$

8. Resuelve las ecuaciones radicales siguientes.

$$(a) \sqrt{\frac{3x-9}{2x+4}} = 3.$$

$$(b) \sqrt[3]{x^2-1} = x+1.$$

$$(c) 3 + \sqrt{x} = \sqrt{3+x}.$$

$$(d) 3\sqrt{2-x} - 2\sqrt{3+x} = 0.$$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales.

$$(a) 5^{x^2-5x+6} = 25.$$

$$(b) 3^x = 9^{x^2-3}.$$

$$(c) 2^{x+1} + 4^x = 80.$$

$$(d) 3^{x+1} + 3^{x-2} + 3^{x-4} = 750 + 3^{x-3}.$$

$$(e) 4^x + 2^{x-1} + 80 = 0.$$

$$(f) 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960.$$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas.

$$(a) 2\log x - 4\log 2 = 3\log 3.$$

$$(b) 2\log x = \log 192 + \log \frac{3}{4}.$$

$$(c) \log 2 + \log(x-3) = \log \sqrt{2x}.$$

$$(d) 2(\log x)^2 + 7\log x - 9 = 0.$$

11. Resuelve los siguientes sistemas lineales

$$(a) \left. \begin{array}{rcl} x + y + z & = & 3 \\ 2x - y - z & = & 0 \\ 5x + 3y + 2z & = & 10 \end{array} \right\}$$

$$(b) \left. \begin{array}{rcl} 3x - y - z & = & 1 \\ 4x + 2y - z & = & 5 \\ 2x + 3y + 7z & = & 12 \end{array} \right\}$$

$$(c) \left. \begin{array}{rcl} x + 3y + z & = & 10 \\ 2x - y + 5z & = & 15 \\ 4x + 2y - 3z & = & -1 \end{array} \right\}$$

12. Resuelve los siguientes sistemas

$$(a) \left. \begin{array}{rcl} \sqrt{x} + \sqrt{y} & = & 20 \\ 3x - y & = & 122 \end{array} \right\}$$

$$(b) \left. \begin{array}{rcl} x^2 - y^2 & = & 16 \\ xy & = & 15 \end{array} \right\}$$

$$(c) \left. \begin{array}{rcl} x^2 + y^2 & = & 18 \log 5 \\ x + y & = & 6 \end{array} \right\}$$

13. Resuelve los siguientes sistemas

$$(a) \left. \begin{array}{rcl} 3 \cdot 4^x + 3^{y+1} & = & 57 \\ 8 \cdot 4^{x-1} - 3^y & = & 29 \end{array} \right\}$$

$$(b) \left. \begin{array}{rcl} 2^x 2^y & = & 32 \\ xy & = & 6 \end{array} \right\}$$

$$(c) \left. \begin{array}{rcl} 3^x 3^x & = & 243 \\ xy & = & 8 \end{array} \right\}$$

14. Resuelve los siguientes sistemas

$$(a) \left. \begin{array}{rcl} 2 \log x - 3 \log y & = & 7 \\ \log x + \log y & = & 1 \end{array} \right\}$$

$$(b) \left. \begin{array}{rcl} x + y & = & 11 \\ \log x^2 - \log 20y^2 & = & \log 5 \end{array} \right\}$$

$$(c) \left. \begin{array}{rcl} \log x - \log y & = & 3 \log 5 \\ \log x^3 - \log y^2 & = & \log 24 \end{array} \right\}$$

15. Repartir 284 euros entre tres personas, de forma que la primera reciba 18 euros más que la segunda y la tercera tanto como las otras dos.

16. Un padre conviene con su hija en que le dará 3 euros por cada problema que resuelva bien y su hija le devolverá 1 euro por cada problema mal. Después de hacer 50 problemas, la hija tiene 110 euros. ¿Cuántos resolvió bien y en cuántos se equivocó?

17. Una suma de 1050 euros está formada por un mismo número de monedas de 5 y 25 euros. ¿Cuál es ese número?

18. Un empresario conviene con un trabajador en darle 8600 euros anuales y un reloj. Al cabo de 5 meses el trabajador se retira y el empresario le paga 3350 euros más el reloj. ¿Cuál era el valor del reloj?

19. Perico tiene actualmente 5 veces la edad de Luis; dentro de 3 años su edad será 4 veces mayor. Calcula la edad de cada uno.

20. El cociente de dos números es 8 y el resto 66; la diferencia entre ambos es 570. ¿Cuáles son los números?

21. La razón entre las dos cifras de un número es  $\frac{2}{3}$ ; si se le añade 27 se obtiene el número con las cifras cambiadas. ¿Cuál es?
22. Un joyero tiene 3 lingotes cuyo peso total es de 15 kilogramos y con ley 0,800, 0,954 y 0,855, respectivamente. Aleando los dos primeros se obtiene 0,870 de ley; aleando los dos últimos se obtiene de ley 0,910. ¿Cuánto pesa cada lingote?
23. Tres jugadores juegan al parchís. El que pierde debe doblar el dinero de los demás. Después de perder cada uno una partida, todos tienen 16 euros. ¿Cuánto tenía cada uno al empezar a jugar?
24. Halla tres números pares consecutivos tales que su producto sea 32 veces su suma.
25. Un comerciante compró cierto número de lámparas por 465 euros; se le rompen 3 y vende cada una de las otras 10 euros más de lo que le habían costado. El beneficio fue de 27 euros. ¿Cuántas lámparas compró y a qué precio?
26. Si el lado de un cuadrado aumenta en 13 cm su superficie aumenta en 481 cm. ¿Cuánto mide el lado?
27. De una tinaja llena de agua se extrae  $\frac{1}{3}$  y luego  $\frac{1}{4}$  del resto. Aún quedan 25 litros. ¿Cuál es su capacidad?
28. Con las baldosas que tengo puedo formar un cuadrado y me sobran 53. Si trato de formar un cuadrado con una baldosa más de lado me faltan 34. ¿Cuántas baldosas tengo?
29. Los lados y la diagonal de un rectángulo son números pares consecutivos. ¿Cuánto mide cada uno?
30. En las ecuaciones siguientes la incógnita es  $x$ . Debes resolverlas y determinar también para qué valores de  $a$  y  $b$  hay o no solución.

(a)  $abx - ax = b - ab.$

(b)  $a(2x - 1) - 2x(a - 1) = 0.$

(c)  $ab^2x + a^2bx = 5 - ab.$

31. Resuelve las inecuaciones siguientes

(a)  $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \geq 0.$

(b)  $\frac{2x^2 + 1}{(x - 1)(x - 2)} < 0.$

(c)  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2} < 0.$

32. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones

(a) 
$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 4x + 4 > 0 \\ x^2 - 4x + 4 < 0 \end{array} \right\}$$

(b) 
$$\left. \begin{array}{l} 2x^3 + 3 > 0 \\ x(x - 1) > (x - 1)^2 \end{array} \right\}$$

33. Resuelve

(a) 
$$\left. \begin{array}{l} 3x + 9 < 0 \\ \frac{3x + 1}{3} \geq \frac{x}{3} \end{array} \right\}$$

$$(b) \left. \begin{array}{l} x < 0 \\ \frac{5x}{6} - 6 \geq 5 \end{array} \right\}$$

34. ¿Para qué valores de  $a$  las soluciones de la inecuación  $x^2 - 8x + a < 0$  forman un intervalo?

35. ¿Para qué valores de  $a$  la inecuación  $x^2 - ax + a < 0$  no tiene solución?

36. Halla los valores de  $x$  que verifican que  $|2x + 3| < 1$ .

37. Halla los valores de  $x$  que verifican que  $|2x^2 + 3| > 0$ .

38. Resuelve la ecuación

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-1} = \frac{5}{2}.$$

39. Resuelve la ecuación  $1 + 2 + \dots + 2^x = 255$

40. Resuelve el sistema

$$\left. \begin{array}{l} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x-1} + 5^{y+1} = 9 \end{array} \right\}$$

41. Dado el sistema 
$$\left. \begin{array}{l} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \end{array} \right\}$$

- ¿Para qué valor de  $a$  no tiene solución?
- ¿Para qué valor de  $a$  tiene infinitas soluciones?
- ¿Para qué valores de  $a$  tiene una única solución?

42. Resuelve el siguiente sistema

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 + x + y = 62 \\ x^2 - y^2 + x - y = 50 \end{array} \right\}$$

43. Al extraer la raíz cuadrada entera de un número se obtiene por resto 2. Si a dicho número se le suma 27, la raíz cuadrada entera de la suma aumenta en una unidad y el resto es 6. Halla dicho número.

44. Una empresa comercial me paga cada mes 50000 ptas fijas más 15 ptas por cada artículo vendido. La empresa de la competencia paga 35000 ptas fijas más 25 ptas por cada artículo vendido. Estoy considerando la posibilidad de pasarme a la competencia. ¿A partir de cuántos artículos me sería rentable?

45. Cierta empresa ofrece sus servicios de la siguiente forma: 20000 ptas fijas y 2500 ptas por hora de trabajo. Otra empresa ofrece los mismos servicios a una cantidad fija de 100000 ptas sea cual sea el tiempo invertido. ¿En qué condiciones interesará una u otra?